EYIB
EDUCATIONAL YIELD INSIGHTS & BREAKTHROUGHS
TA'LIMGA OID TUSHUNCHALAR VA YUTUQLAR
ISSN:3060-4648
Vol.9 №2
https://eyib.uz

Краевая задача для одного класса уравнений третьего порядка.

Муминов Ф.М

к.ф.м.н. доцент
Алмалыкский Государственный технический институт

Annotatsiya

В этом статье приводится постановка нелокальных задач для уравнения третьего порядка смешанного-составного типа. При определенных условиях на коэффициенты и правую часть уравнения доказывается этих задач.

Kalit so‘zlar: уравнения опорные понятия, уравнения смешанная нелокальная задача, сингулярная интегральная уравнения.

Abstract: This article presents the formulation of non-local problems for a mixed-type equation. Under certain conditions, the correctness of these problems is proved on the coefficients and the right side of the equation.

Keywords: the equations are basic concepts, the equations are mixed nonlocal back, singular integral equations.

В односвязной области D, ограниченной гладкой линией σ, опирающейся на точки $A(0;1)$ и $B(1;0)$ расположенной в четверти плоскости $(x>0,\ y<0)$ и отрезками $AA_1,\ BE,\ A_1E$ прямых $x=0,\ x=1,\ y=1$ соответственно, где $O,\ E$ – точки с координатами $(0,0),\ (1,1)$ рассматриваются уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x}(Lu)=0, \qquad (1)$$

$$\text{где } Lu=u_{xx}+\frac{1-\operatorname{sgn} y}{2}u_{yy}-\frac{1+\operatorname{sgn} y}{2}u_y .$$

Задача 2. Найти функцию $u(x,y)$ со свойствами задачи 1 кроме краевого условия $u\big|_{BE}=\varphi_1(y)$, которое заменяется условием $u\big|_{x=1}=u\big|_{BE}$ $(0<e<1)$.

При исследовании этих задач будем пользоваться тем фактором, что любое регулярное решение уравнения (1) представимо в виде

$$u(x,y)=z(x,y)+\mu(y), \qquad (3)$$

соответственно [1-3], где $z(x,y)-$ регулярное решение уравнения

$$u_{xx}+\frac{1+\operatorname{sgn} y}{2}u_{yy}-\frac{1+\operatorname{sgn} y}{2}u_{y}=0. \qquad (4)$$

Обозначим $\mu(y)=\begin{cases}\mu_1(y), & 0\le y\le 1,\\ \mu_2(y), & -1\le y\le 0,\end{cases}$ $\mu_2(x,y)-$ произвольные дважды непрерывно-дифференцируемые функция, $\mu_1(y)-$ произвольная непрерывно-дифференцируемая функция.

Без ограничения общности можно предполагать $\omega(0)=\omega'(0)=0$. Предполагается, что σ целиком лежит в полосе, ограниченной прямым $x=0,\ x=1$.

Без ограничения общности можно предполагать, что $\mu(0)=\mu'(0)=0$.

Задача 2 редуцируется к определению регулярного решение уравнения

$$\begin{gathered} z\big|_{\sigma}=f(\xi)-\mu_2(y),\ z\big|_{BE}=\psi_1(y)-\mu_1(y),\\ z\big|_{OA_1}=\varphi(y)-\mu_1(y),\ z\big|_{OA}=\psi(y)-\varphi(y)-\mu_2(y),\\ z_x\big|_{AA_1}=\nu(y),\ \frac{\partial z}{\partial\eta}\Big|_{\sigma}=f_1(\xi)-\mu_1'(y)\frac{\partial y}{\partial n}. \end{gathered} \qquad (5)$$

удовлетворяющего краевым условиям

$$\left.\begin{aligned} & z\big|_{\sigma}=f(\xi)-\mu_2(y),\ z\big|_{x=e}=z\big|_{BE}=\varphi_1(y)-\mu_1(y),\\ & z\big|_{OA_1}=\varphi(y)-\mu_1(y),\ z\big|_{OA}=\psi(y)-\varphi(y)-\mu_2(y),\\ & z_x\big|_{AA_1}=\nu(y)\frac{\partial z}{\partial n}\Big|_{\sigma}=f_1(\xi)-\mu_2'(y)\frac{\partial z}{\partial n}. \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

Через $\varphi(y),\varphi_1(y)$ обозначены соответственно значения $u(0,y),\ u(1,y)\ (0\le y\le 1)$.

Единственность решения задача 2 доказывается, используя принцип максимума в предположении, что $\frac{\partial x}{\partial n}\neq 0$ вдоль линии.

Существование решения задачи 2 области D_2 определяется как и в случае задачи 1 решение уравнение (5) удовлетворяющее краевым условиям

$$z\big|_{BE}=\varphi_1(y)-\mu_1(y),\ z\big|_{OB}=\tau(x),\ z_x\big|_{OA_1}=\nu(x),$$

дается формулой

$$\begin{gathered} z(x,y)=\int_0^y \nu(t)\overline{G}(x,y;0,t)dt-\int_0^1 \tau(t)\overline{G}(x,y;t,0)dt-\\ -\int_0^y[\varphi_1(t)-\mu_1(t)]\overline{G}_{\xi}(x,y;1,t)dt, \end{gathered} \qquad (7)$$

$z(x,y)$ должно удовлетворять условию

$$z\big|_{z=e} = \varphi_1(y) - \mu_1(y),$$

$$\varphi_1(y) - \mu_1(y) + \int_0^y [\varphi_1(t) - \mu_1(t)]\overline{G}_\xi(e,y;1,t)dt =$$
$$= \int_0^y \nu(t)\overline{G}(e,y;0,t)dt - \int_0^1 \tau(t)\overline{G}(e,y;t,0)dt. \qquad (8)$$

Интегральное уравнения (14) является интегральным уравнением Вольтерра второго рода, из которого единственном образом определяется $\varphi_1(y) - \mu_1(y)$.

Реализуя условие $z\big|_{OA_1} = \varphi(y) - \mu_1(y)$ из (8) найдем

$$\mu_1(y) = \varphi(y) + \int_0^y [\varphi_1(t) - \mu_1(t)]\overline{G}_\xi(e,y;1,t)dt +$$
$$+ \int_0^1 \tau(t)G(e,y;t,0)dt + \int_0^1 \nu(t)\overline{G}(e,y;0,t)dt. \qquad (9)$$

Поставляя значение $\varphi(y), \varphi_1(y) - \mu_1(y)$ в формулу (9) определим функцию $\mu_1(y)$, где $\varphi(y)$ находится из формулы

$$z(x,y) = \int_0^y \nu(t)\overline{G}(x,y;0,t)dt - \int_0^y [\psi_1(t) - \mu_1(t)]\overline{G}_\xi(x,y;1,t)dt -$$
$$- \int_0^y \nu(t)\overline{G}(x,y;t,0)dt,$$

где $\overline{G}(x,y;\xi,\eta)-$ функция Грина.

Литература

1. Врагов В Н. Об одном уравнении смешанно-составного типаУ/Дифферснц. уравнения, 1973.-Т. 9,№1.-С. 169-171.
2. Муминов Ф.М., Муминов С.Ф. “Об одной нелокальной краевой задаче для уравнения смешенного типа ”CENTRAL ASIAN JOURNAL OF MATHEMATICAL THEORY AND COMPUTER SCIENCES. 02 Issue:04/Aprel 2021 ISSN:2660-5309
3. Муминов Ф.М.,Каримов С.Я.Краевые задачи для эллиптико-параболических уравнений. Oriental Renaissance: Innovative,educational, natural and social sciences (E)ISSN: 2181-1784 5(1), Jan., 2025 Research BIB / Index Copernicus www.oriens.uz